

ЕВРОПЕЙСКИ ПРОЕКТ “ФИБОНАЧИ”  
НАЧАЛЕН КУРС ЗА РАБОТА В ДИНАМИЧНАТА СРЕДА **GEONEXT**

Велико Търново - 31.08-03.09.2010 г.

*Лектори: гл. ас. д-р Веселин Гушев, ФМИ – СУ, София  
и Ангел Гушев, ПМГ - Велико Търново*

**Предлагаме ви задачите, които бяха разгледани на курса, с кратки упътвания за създаването на динамичните конструкции и примерни геонекстови конструкции.**

**Задача 1** Да се начертае триъгълник и за него да се построят медицентъра; ортоцентъра; центъра на вписаната окръжност и вписаната окръжност; центъра на описаната окръжност и описаната, около него окръжност.

**Забележка:** Желателно е всяко от построенията да се извърши на отделен работен лист.

За правилното изготвяне на конструкциите са необходими умения, свързани с построяването средата на дадена отсечка; построяването на права през точка, перпендикулярна на дадена права; намирането на сечението на два обекта; построяването на окръжност през три точки.

За да бъде конструкцията прегледна, препоръчително е част от обектите да се скрият, а други да се оцветят в различни цветове или начертаят с различна дебелина.

**[Виж конструкциите](#)**

**Задача 2** Да се начертае триъгълник и за него да се построи правата на Ойлер.

*Както знаем ортоцентърът  $H$ , медицентърът  $G$  и центърът на описаната около триъгълника окръжност  $O$  лежат на една права, като медицентърът дели вътрешно  $OH$  в отношение  $2:1$ , считано от точка  $H$ .*

**[Виж конструкцията](#)**

**Задача 3** Да се начертае триъгълник и за него да се построи окръжността на Ойлер.

*Както знаем средите на страните и петите на височините на триъгълника лежат на една окръжност. На тази окръжност лежат и средите на отсечките съединяващи ортоцентъра с върховете на триъгълника.*

**[Виж конструкцията](#)**

**Задача 4** Да се построи квадрат, вписан в триъгълник, така че два съседни негови върха да лежат на едната страна, а другите два да лежат, съответно на останалите страни.

Построението извършваме, като първо строим квадрат, който отговаря на три от четирите условия (т.е. два съседни негови върха лежат на едната страна, а другия връх лежи също на страна на квадрата), след което използваме хомотетия.

Когато триъгълникът е остроъгълен, задачата има единствено решение и то не зависи от първоначалния избор на помощния квадрат, който строим.

Ако поискаме двата върха на квадрата да лежат върху едната страна на триъгълника или върху продължението ѝ, тогава дори нямаме ограничение във вида на триъгълника.

### [Виж конструкцията](#)

**Задача 5** Да се построи квадрат, вписан в сектора  $BAC$ , така че два съседни негови върха да лежат на  $AC$ , третият да лежи на дъгата  $BC$ , а четвъртият – на  $AB$ .

Идеята за решаването на тази задача е същата, както идеята за решаването на задача 4.

### [Виж конструкцията](#)

**Задача 6** Даден ъгъл и вътрешна за него точка. Да се построи окръжност, която минава през дадената точка и се допира до раменете на ъгъла.

След като знаем кое е геометричното място центровете на окръжности, допиращи се до раменете на даден ъгъл, строим произволна окръжност, отговаряща на това условие.

Построяването на окръжност, която да отговаря и на другото условие – да минава през точката, става, чрез използване на хомотетия.

Оказва се, че задачата има две решения.

### [Виж конструкцията](#)

**Задача 7** Да се намери геометричното място на средата  $S$  на хорда  $AB$  от дадена окръжност, когато точка  $A$  описва окръжността.

След като се построят окръжността, хордата  $AB$  и нейната среда  $S$ , от общите свойства на точката  $S$  се маркира **“Покажи следата на обекта”**. След което движим единия край на хордата по окръжността и наблюдаваме.

Тъй като точката  $B$  е плъзгаща се точка, то движението ѝ по окръжността може да стане и автоматично. За целта в представянето на точката маркираме полето **“С анимация”** и намаляваме **“Дължината на стъпката”** на 1”. След като потвърдим направените промени в долния десен ъгъл на екрана се появява бутон за пускане и спиране на анимацията.

Фактът, че точката  $S$  е среда на хордата не е съществен. Геометричното място на точка  $S$  ще бъде същото, независимо къде е разположена тя върху  $AB$ .

### [Виж конструкцията](#)

**Задача 8** Да се построи правоъгълник  $ABCD$  с постоянно лице.

За по-лесно решаване на задачата ще позиционираме върха  $A$  на правоъгълника в началото на координатната система. За целта от менюто **Чертожна повърхност** или от иконите в долната лента на екрана избираме **Да се покажат координатните оси** и **Да се покаже мрежа** на чертожната повърхност, след което изискваме **Точките да се прикрепят към мрежата**. Сега вече сме сигурни, че ще

можем да поставим точката А в началото на координатната система, а точката В върху оста Ох. Ако успеем да построим точката С, така че фигурата да е правоъгълник с лице 10, то можем да считаме задачата за решена (може да направим и конструкция, в която лицето да се задава от потребителя, но това е по-сложно).

От менюто **Обекти** избираме подменюто **Точки**, а от там **Координатна точка**. За да бъде фигурата правоъгълник трябва абсцисата на точката С да бъде същата като на точката В. За да бъде лицето на правоъгълника равно на 10 трябва ординатата на точката С да бъде 10 / абсцисата на т. В ( това записваме така:  $x=X(B)$ ;  $y=10/X(B)$  ).

Ясно е, че точката D може да получим като пресечна точка на оста Оу с права през т. С, успоредна на Ох или като директно запишем координатите ѝ.

Полученият правоъгълник ще има постоянно лице, но периметърът му ще се мени. Ако искаме може да проследим как се изменя периметъра , когато движим т. В. За целта си строим координатна точка Р, за която  $x=X(B)$ ;  $y=2*(X(B)+Y(C))$ . Ако от общите свойства покажем следата на т. Р ще може да наблюдаваме как се изменя периметъра на правоъгълника, когато движим т. В.

### [Виж конструкцията](#)

При решаването на следващите две задачи ще използваме факта, че посредством  $X(A)$  и  $Y(A)$  можем да извличаме координатите на произволна точка А.

**Задача 9** Да се построи графиката на функцията  $y=a.x^2+b.x+c$ .

Построяваме три отсечки успоредни на оста Ох, такива, че абсцисите на точките върху тези отсечки да са в интервала [-4, 4]. Върху тези отсечки вземаме по една плъзгаща се точка ( например А, В и С ).

От **Обекти / Графики / Графика на функция** задаваме функцията  $y=X(A)*x^2+X(B)*x+X(C)$ .

Сега движейки точките А, В и С по зададените отсечки променяме стойностите на старшия коефициент, коефициента пред x и свободния член.

### [Виж конструкцията](#)

**Задача 10** Да се построи графиката на функцията  $y = a.\sin(b.x)$ .

### [Виж конструкцията](#)

**Задача 11** Да се построят следните параметрично зададени криви:

От **Обекти / Графики / Параметрична функция** въвеждаме формулите и интервала, в който се изменя параметъра.

$$\text{Кардиоида: } \begin{cases} x = a.\cos t(1 - \cos t) \\ y = a.\sin t(1 - \cos t) \end{cases}, t \in [0, 2\pi];$$

### [Виж конструкцията](#)

Циклоида: 
$$\begin{cases} x = a(t - \sin t) \\ y = a(1 - \cos t) \end{cases}, t \in [0, 2\pi];$$

[Виж конструкцията](#)

Астроида: 
$$\begin{cases} x = a \cdot \cos^3 t \\ y = a \cdot \sin^3 t \end{cases}, t \in [0, 2\pi];$$

[Виж конструкцията](#)

Лемниската на Бернули: 
$$\begin{cases} x = \frac{a\sqrt{2} \cos t}{1 + \sin^2 t} \\ y = \frac{a\sqrt{2} \sin t \cos t}{1 + \sin^2 t} \end{cases}, t \in [0, 2\pi];$$

Декартов лист: 
$$\begin{cases} x = \frac{3at}{1 + t^3} \\ y = \frac{3at^2}{1 + t^3} \end{cases}, t \in [-100, 100].$$

Построенията на следващите две задачи предоставяме на читателя. Ако срещнете затруднения от менюто **Чертозна повърхност** може да разгледате **Конструкционния протокол**.

**Задача 12** Да се построи  $\triangle ABC$ , за който ъглополовящата  $AL$ , медианата  $BM$  и височината  $CH$  се пресичат в една точка.

[Виж конструкцията](#)

**Задача 13** Дадени са две окръжности в общо положение да се построят общите им вътрешни и външни допирателни.

[Виж конструкцията](#)

## ЛИТЕРАТУРА

1. <http://geonext.uni-bayreuth.de/>
2. <http://geonext.uni-bayreuth.de/index.php?id=2283&MP=2283-2432>
3. <http://dinamath.hit.bg/>
4. [http://www.pmgvt.org/index.php?a=1304765320&page=bg\\_projects](http://www.pmgvt.org/index.php?a=1304765320&page=bg_projects)
5. [Управление в Geonext](#)
6. [Изчисления в Geonext](#)